Spécialité Science de l'Ingénieure 1ere

Table des matières

1 Mouvements et trajectoires

Mouvement et trajectoire sont deux concepts liés au déplacement d'un objet.

1.1 Mouvements

Un mouvement désigne le changement de position d'un objet au cours du temps.

- **Translation** :
  - **Rectiligne** : mouvement en ligne droite.
  - **Curviligne** : mouvement quelconque.
  - **Circulaire** : mouvement circulaire ne changeant pas d'orientation.

  ⚠ Un objet est en translation si et seulement si tous les points de l'objet suivent des trajectoires parallèles !
- **Rotation** : un objet est en rotation quand il tourne autour d'un point et que son orientation change.
- **Mouvement plan général** : Un objet est en mouvement de plan général quand les points ne suivent pas des trajectoires parallèles.

1.2 Trajectoires

La trajectoire est le chemin suivi par un objet pendant son mouvement.

- **Segment / droite** : trajectoire suivant une ligne droite.
- **Arc / cercle** : trajectoire suivant un cercle.
- **Ellipse** : trajectoire suivant un cercle aplati.
- **Quelconque** : trajectoire ne suivant ni une ligne droite ni un cercle.

1.3 Vitesse angulaire

La vitesse angulaire mesure la rapidité avec laquelle un objet effectue un mouvement de rotation autour d'un point ou d'un axe.

$$\omega = \frac{N \times \pi}{30} \quad \begin{cases} \omega : \text{vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \\ N : \text{fréquence de rotation en tr.min}^{-1} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{V}{R} \quad \begin{cases} \omega : \text{vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \\ V : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ R : \text{rayon en m} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t} \quad \begin{cases} \omega : \text{vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \\ \theta : \text{angle en rad} \\ \Delta t : \text{durée en s} \end{cases}$$

1.4 Vitesse linéaire

La vitesse linéaire est la distance parcourue par un objet par unité de temps.

$$V = \omega \times R \quad \begin{cases} V : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ \omega : \text{vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \\ R : \text{rayon en m} \end{cases}$$

$$V_{moyen} = \frac{d}{\Delta t} \quad \begin{cases} V : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ d : \text{distance en m} \\ \Delta t : \text{durée en s} \end{cases}$$

$$\Delta V = a \times \Delta t \quad \begin{cases} V : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ a : \text{accélération en m.s}^{-2} \\ \Delta t : \text{durée en s} \end{cases}$$

1.5 Cinématique analytique

La cinématique analytique a pour but de définir à l'aide d'équations analytiques la position, la vitesse et l'accélération d'un solide à tout instant.

1.5.1 Mouvement rectiligne uniforme

$$\begin{aligned} x(t) &= vt + x_0 \\ v(t) &= \frac{dx}{dt} = v = \frac{x}{t} \\ a(t) &= \frac{dv}{dt} = 0 \end{aligned} \quad \begin{cases} x : \text{position en m} \\ v : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ a : \text{accélération en m.s}^{-2} \\ t : \text{instant/temps en s} \end{cases}$$

1.5.2 Mouvement rectiligne uniformément varié

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v(t) &= \frac{dx}{dt} = at + v_0 \\ a(t) = \frac{dv}{dt} = a &= \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{v - v_0}{t} \end{aligned} \quad \begin{cases} x : \text{position en m} \\ v : \text{vitesse linéaire en m.s}^{-1} \\ a : \text{accélération en m.s}^{-2} \\ t : \text{instant/temps en s} \end{cases}$$

2 Rapport de réduction

Le rapport de réduction indique combien de fois la vitesse de rotation d'un engrenage est réduite ou augmenter par rapport à un autre.

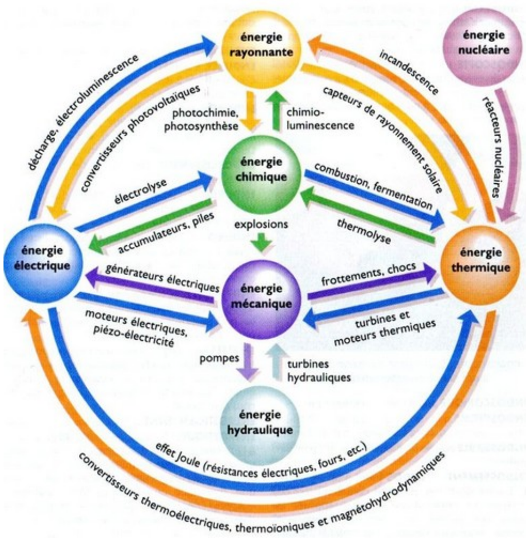
$$r = \frac{Z_{menante}}{Z_{menee}} \quad \begin{cases} r \text{ : rapport de réduction} \\ Z \text{ : nombre de dents} \end{cases}$$

$$r = \frac{\omega_{sortie}}{\omega_{entree}} \quad \begin{cases} r \text{ : rapport de réduction} \\ \omega \text{ : vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \end{cases}$$

$$r = \frac{C_{sortie}}{C_{entree}} \quad \begin{cases} r \text{ : rapport de réduction} \\ C \text{ : couple en N.m} \end{cases}$$

$$r_{global} = (-1)^n \times \frac{\prod Z_{menante}}{\prod Z_{menee}} \quad \begin{cases} r \text{ : rapport de réduction} \\ Z \text{ : nombre de dents} \\ n \text{ : nombre de contacts entre les roues} \end{cases}$$

3 Comportement énergétique des systèmes



L'énergie désigne tout ce qui permet d'effectuer un travail, produire de la chaleur, de la lumière, un mouvement, etc. Elle apparaît sous 7 formes principales. La création spontanée d'énergie n'existe pas. Le diagramme ci-dessous résume les principales formes d'énergie et précise les transformations qui permettent de passer d'une forme à une autre.

3.1 Principe de conservation de l'énergie

L'énergie totale d'un système isolé reste constante : elle peut être transformée ou transférée, mais jamais créée ni détruite.

$$E_{depart} = E_1 + E_2 + E_3 \dots \quad \begin{cases} E : \text{énergie} \end{cases}$$

3.2 Pertes énergétiques

Les pertes énergétiques désignent l'énergie dissipée sous forme de chaleur, de frottements, ou d'autres formes inutilisables dans un système.

$$E_{absorbee} = E_{utile} + E_{perdu} \quad \begin{cases} E : \text{énergie} \end{cases}$$

3.3 Rendement

Le rendement mesure l'efficacité d'un système à convertir l'énergie absorbée en énergie utile.

$$\eta = \frac{E_{utile}}{E_{absorbee}} \quad \begin{cases} \eta : \text{rendement} \\ E : \text{énergie} \end{cases}$$

3.4 Puissance

La puissance mesure la quantité d'énergie transférée ou transformée par unité de temps.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \begin{cases} P : \text{puissance en W} \\ \Delta E : \text{variation d'énergie en J} \\ \Delta t : \text{durée en s} \end{cases}$$

3.5 Énergie potentielle

Une masse soumise à une accélération et capable de se déplacer possède une énergie potentielle, liée à sa position ou à l'effort nécessaire pour contrer cette accélération.

$$E_p = m \times g \times H \quad \begin{cases} E_p \text{ : énergie potentielle en J} \\ m \text{ : masse en kg} \\ g \text{ : accélération de la pesanteur en m.s}^{-2} \\ H \text{ : hauteur en m} \end{cases}$$

3.6 Énergie cinétique en translation

L'énergie cinétique en translation est l'énergie d'un objet en mouvement rectiligne.

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times V^2 \quad \begin{cases} E_c \text{ : énergie cinétique en J} \\ m \text{ : masse en kg} \\ V \text{ : vitesse linéaire en m.s}^{-1} \end{cases}$$

3.7 Puissance développée lors d'un mouvement

La puissance développée lors d'un mouvement est la quantité d'énergie transférée ou transformée par unité de temps lors de ce mouvement.

3.7.1 Translation

Une puissance mécanique est homogène au produit d'une force par une vitesse linéaire.

$$P = F \times V \quad \begin{cases} P \text{ : puissance en W} \\ F \text{ : force en N} \\ V \text{ : vitesse linéaire en m.s}^{-1} \end{cases}$$

3.7.2 Rotation

Une puissance mécanique est homogène au produit d'un couple par une vitesse angulaire.

$$P = C \times \omega \quad \begin{cases} P \text{ : puissance en W} \\ C \text{ : couple en N.m} \\ \omega \text{ : vitesse angulaire en rad.s}^{-1} \end{cases}$$

3.8 Puissance électrique

La puissance électrique est la quantité d'énergie électrique consommée ou produite par un circuit par unité de temps.

$$P = U \times I \quad \begin{cases} P \text{ : puissance en W} \\ U \text{ : tension en V} \\ I \text{ : intensité en A} \end{cases}$$

3.9 Stockage de l'énergie électrique : les accumulateurs

Les accumulateurs sont des dispositifs utilisés pour stocker l'énergie électrique sous forme chimique, qu'ils peuvent ensuite libérer sous forme de courant électrique lorsque cela est nécessaire. Ils fonctionnent sur le principe de l'accumulation d'énergie lors de la charge et de la restitution lors de la décharge.

3.9.1 En C

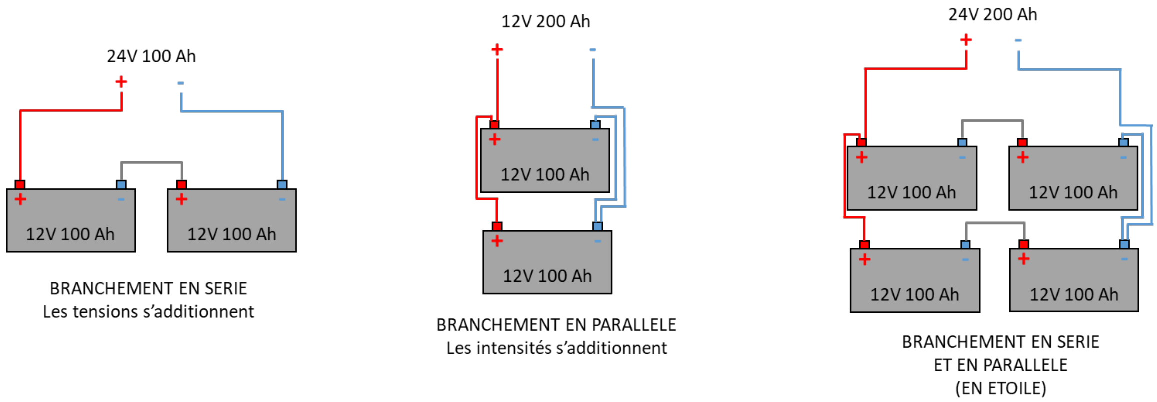
$$Q = I \times \Delta t \quad \begin{cases} Q \text{ : charge électrique en C} \\ \Delta t \text{ : durée en s} \\ I \text{ : intensité en A} \end{cases}$$

3.9.2 En A.h

$$Q = I \times \Delta t \quad \begin{cases} Q : \text{charge électrique en A.h} \\ \Delta t : \text{durée en h} \\ I : \text{intensité en A} \end{cases}$$

3.10 Association de batteries

L'association de batteries permet d'ajuster la tension ou la capacité d'un système. En série, on augmente la tension totale sans changer la capacité. En parallèle, on augmente la capacité sans modifier la tension. Ces configurations permettent de répondre aux besoins spécifiques d'un système, soit pour plus de puissance (série), soit pour plus d'autonomie (parallèle).



3.11 Les supercondensateurs

Les supercondensateurs sont des dispositifs qui stockent de l'énergie et la libèrent très rapidement, utilisés pour des applications nécessitant des pics de puissance instantanés, comme dans les véhicules électriques ou les appareils électroniques.

$$E = \frac{1}{2} \times C \times U^2 \quad \begin{cases} E : \text{énergie en J} \\ C : \text{capacité du condensateur en F} \\ U : \text{tension en V} \end{cases}$$

3.12 Énergie thermique

L'énergie thermique est la quantité d'énergie échangée par un corps qui passe d'une température initiale a une température finale.

$$\Delta E_{th} = m \times c \times (T_{finale} - T_{initiale}) \quad \begin{cases} \Delta E_{th} : \text{énergie thermique en J} \\ m : \text{masse en kg} \\ c : \text{capacité thermique du corps en J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1} \\ T : \text{température en °K} \end{cases}$$

3.13 Puissance hydraulique

La puissance hydraulique est l'énergie produite par le mouvement d'un fluide. Elle est calculée en fonction du débit du fluide et de la hauteur de sa colonne.

$$P_h = \Delta p \times q \quad \begin{cases} P_h : \text{puissance hydraulique en W} \\ \Delta p : \text{pression relative en Pa} \\ q : \text{débit hydraulique en m}^3\text{.s}^{-1} \end{cases}$$

$$\Delta p = \rho \times g \times h \quad \begin{cases} \Delta p : \text{pression relative en Pa} \\ \rho : \text{masse volumique du fluide en kg.m}^{-3} \\ g : \text{accélération de la pesanteur en m.s}^{-2} \\ h : \text{hauteur de la colonne du fluide en m} \end{cases}$$

4 Modélisation des assemblages mécaniques

4.1 Les différents types de modélisations

— Schéma cinématique minimal
— Graphique des liaisons

4.2 Les liaisons

une liaison est un dispositif qui relie plusieurs pièces pour leur permettre de se déplacer ensemble de manière contrôlée, tout en restreignant certains mouvements pour assurer une fonction spécifique. Il existe plusieurs types de liaisons, chacune ayant des caractéristiques et des contraintes particulières.

Nom de la liaison	**Translations possibles**	**Rotations possibles**
Encastrement	0	0
Pivot	0	1
Glissière	1	0
Pivot glissant *	1	1
Hélicoïdale *	1	1
Rotule à doigt	0	2
Rotule	0	3
Appui plan	2	1
Linéaire annulaire	1	3
Linéaire rectiligne	2	2
Ponctuelle	2	3

***** : Pour un pivot glissant, la translation et la rotation peuvent avoir lieu indépendamment tandis que pour un hélicoïdale la translation ne peux pas avoir lieu sans le translation et inversement.

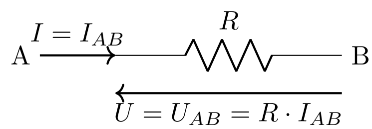
4.3 Classe d'équivalence

Une classe d'équivalence est un groupe regroupant plusieurs pièces d'un système pouvant n'en former qu'une seule.

5 Notions d'électricité

5.1 La loi d'ohm

La loi d'ohm indique que la tension est proportionnelle au courant, avec la résistance comme facteur de proportionnalité.

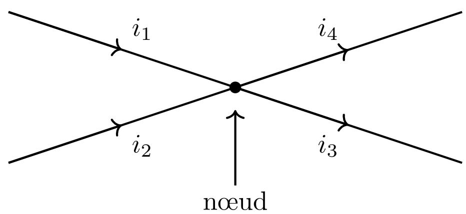


$$U = R \times I \quad \begin{cases} U : \text{tension en V} \\ R : \text{valeur de la résistance en } \Omega \\ I : \text{intensité en A} \end{cases}$$

5.2 Lois de Kirchoff, lois élémentaires

Un **nœud** est un point de jonction entre au moins 3 conducteurs.
Une **branche** est une portion de circuit comprise entre 2 nœuds successifs.
Une **maille** est un ensemble de branches formant un circuit fermé.

5.2.1 Loi des nœuds

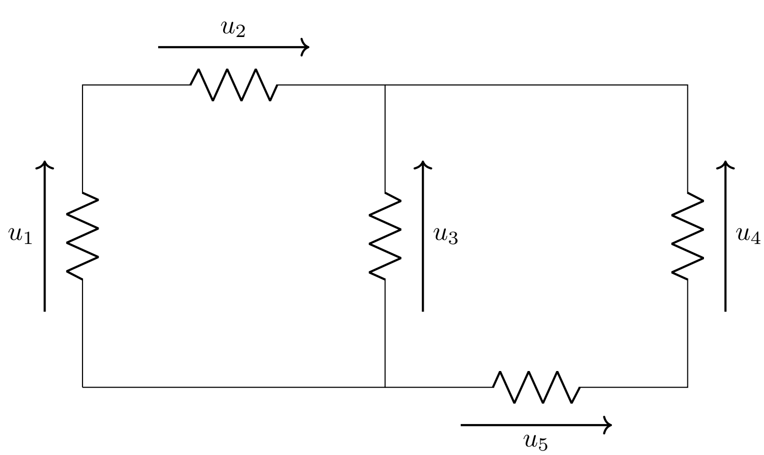


La loi des nœuds de Kirchhoff stipule que la somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants qui en sortent. Dans ce cas : $i_1 + i_2 = i_3 + i_4$.

$$\sum I_{entrant} = \sum I_{sortant} \quad \{ I : \text{intensité en A}$$

5.2.2 Loi des mailles

Dans une maille (une boucle), la somme algébrique des tensions rencontrées est nulle.

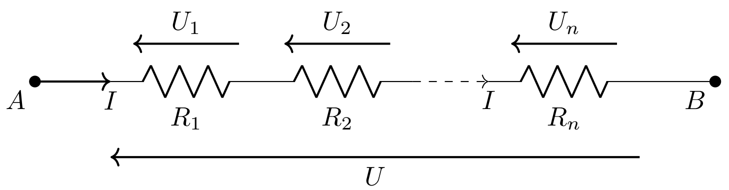


Dans ce montage, on peut écrire :
u1 + u2 − u3 = 0
u1 + u2 − u4 − u5 = 0
u3 − u4 − u5 = 0

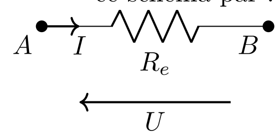
$$\sum U = 0 \quad \{ U : \text{tension en V}$$

5.3 Association de résistances

5.3.1 En série



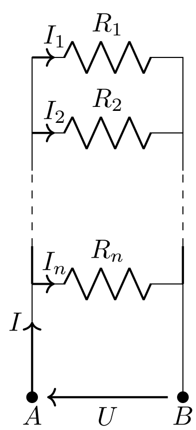
On peux réduire
ce schéma par :



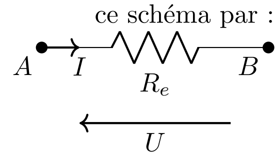
Sachant que $U = \sum U_n$, on démontre avec la loi d'ohm que :

$R_e = \sum\limits_{i=1}^{n} R_i \quad \left\{ R : \text{valeur de la résistance en } \Omega \right.$

5.3.2 En dérivation



On peux réduire
ce schéma par :



Sachant que $I = \sum I_n$, on démontre avec la loi d'ohm que :

$\frac{1}{R_e} = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \quad \left\{ R : \text{valeur de la résistance en } \Omega \right.$

6 Les vecteurs et les systèmes de coordonnées

Un vecteur est une grandeur définie par une direction, un sens et une intensité. Tous les éléments caractérisés par une direction, un sens et une intensité seront des vecteurs ; la force, la vitesse, les champs électriques ou magnétiques en sont des exemples.

Les coordonnées d'un vecteur peuvent être représentés sous la forme suivante :

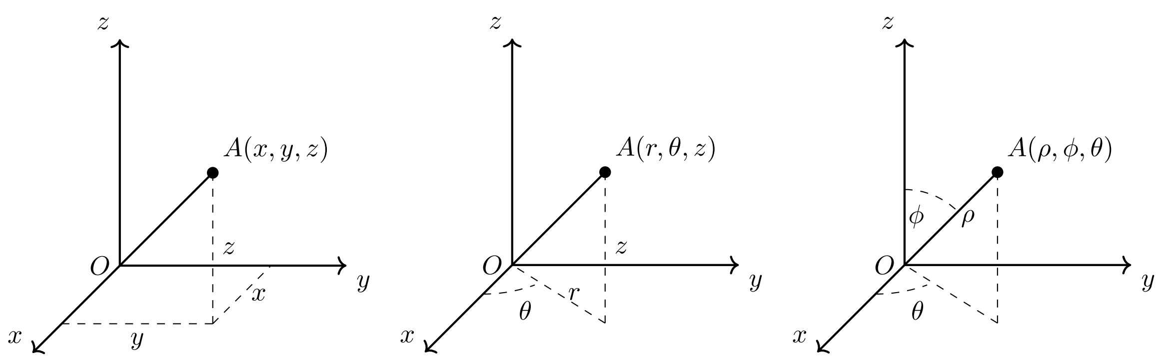
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

⚠ A ne pas confondre avec les coordonnées d'un point qui peuvent être représentés sous la forme suivante :

$$A = (A_x, A_y, A_z)$$

6.1 Les différents systèmes de coordonnées

Un point P est définissable par trois coordonnées (x, y, z) dans le système Cartésien, (r, θ, z) dans le système cylindrique et (ρ, ϕ, θ) dans le système sphérique. Nous utiliserons massivement les coordonnées Cartésiennes en SI.



Coordonnées Cartésiennes **Coordonnées Cylindriques** **Coordonnées Sphériques**

$$\textit{Cartesiennes} \leftrightarrow \textit{Cylindriques} \quad \begin{cases} x = r \times \cos\theta \\ y = r \times \sin\theta \\ z = z \end{cases} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \dfrac{y}{x} \\ z = z \end{cases}$$

$$\textit{Cylindriques} \leftrightarrow \textit{Spheriques} \quad \begin{cases} x = \rho \times \sin\phi \times \cos\theta \\ y = \rho \times \sin\phi \times \sin\theta \\ z = \rho \times \cos\phi \end{cases} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \phi = \arctan \dfrac{y}{x} \\ \theta = \arctan \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \end{cases}$$

$$\textit{Cartesiennes} \leftrightarrow \textit{Spheriques} \quad \begin{cases} r = \rho \times \sin\phi \\ \theta = \theta \\ z = \rho \times \cos\phi \end{cases} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{r^2 + z^2} \\ \phi = \arctan \dfrac{r}{z} \\ \theta = \theta \end{cases}$$

6.2 Module (norme) d'un vecteur

Le module d'un vecteur est donnée grâce au théorème de Pythagore tel que :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x_v^2 + y_v^2 + z_v^2}$$

Le module d'un vecteur $\vec{AB}$ peux être trouver grâce au segment $[AB]$. Si l'échelle est de $1:1\ N$, $1:1\ m.s^{-1}$ ... :

$\|\vec{AB}\| = [AB]$

6.3 Calcul d'un vecteur délimité par deux points

Soit deux points $A(A_x, A_y, A_z)$ et $B(B_x, B_y, B_z)$, le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $\vec{AB}\begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \\ B_z - A_z \end{pmatrix}$

6.4 Vecteur nul

Le vecteur $\vec{u} = \vec{0}$ si $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Ce vecteur n'a ni direction, ni sens.

6.5 Colinéarité

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaire si $\vec{u} = k \times \vec{v}$ pour $k \in R$

6.6 Relation de Chasles

La relation de Chasles est un principe géométrique qui permet de décomposer un vecteur en somme de deux autres vecteurs. Elle stipule que pour tout vecteur $\vec{AB}$ allant du point A au point B, il existe deux vecteurs $\vec{AX}$ et $\vec{XB}$ tels que :

$\vec{AB} = \vec{AX} + \vec{XB}$

6.7 Opérations de vecteurs

6.7.1 Addition

Pour additionner deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on additionne simplement leurs composantes correspondantes sur chaque axe. La somme des deux vecteurs est alors donnée par :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x + v_x \\ u_y + v_y \\ u_z + v_z \end{pmatrix}$$

6.7.2 Produit Scalaire

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est une opération qui donne un nombre réel (scalaire).

$$\vec{u} \times \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) \quad \left\{ (\vec{u}, \vec{v}) : \text{angle entre } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \right.$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = u_x \times v_x + u_y \times v_y + u_z \times v_z$$

6.7.3 Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un vecteur qui est perpendiculaire aux deux vecteurs de départ.

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_y \times v_z - u_z \times v_y \\ u_z \times v_x - u_x \times v_z \\ u_x \times v_y - u_y \times v_z \end{pmatrix}$$

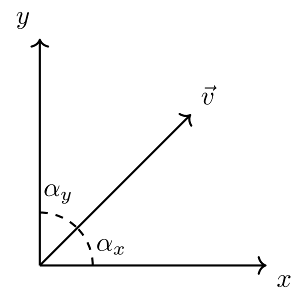
Pour calculer les coordonnées de l'axe x du produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ il faut :

$$\begin{pmatrix} \cancel{u_x} \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \cancel{v_x} \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Cela nous donne en respectant les etapes :
$u_y \times v_z - u_z \times v_y$

6.8 Les principales formules en trigonométrie

En trigonométrie, un vecteur $\vec{v}$ peut être décomposé selon les axes x et y en utilisant les angles α_x et α_y. Ces relations trigonométriques permettent d'exprimer les composantes du vecteur.



$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \times \cos \alpha_x \\ v \times \cos \alpha_y \end{pmatrix}$$

$$\alpha_x = \arccos \frac{|v_x|}{v}$$

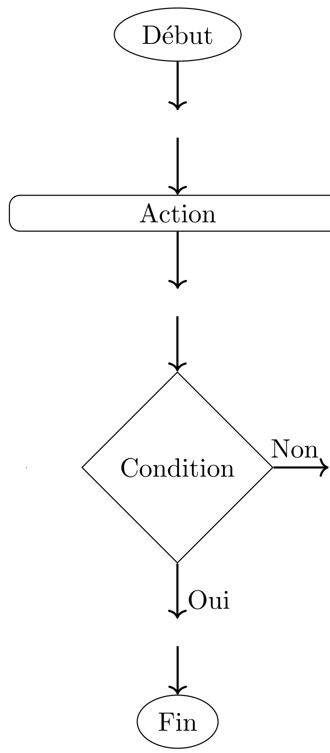
7 Algorithmique

Un algorithme est la description d'une suite d'étapes permettant d'obtenir un résultat à partir d'éléments fournis en entrée.

7.1 Algorigramme

Un algorigramme, aussi appelé organigramme de programmation, est la représentation visuelle d'un algorithme. Il montre les enchaînements de décisions et d'opérations à faire pour un algorithme donné.

Les principaux blocs sont :



Permet de marquer le point de départ de l'algorithme.

Definit une action a executer.

Ajoute une condition.

Marque la fin de l'algorithme.

7.2 Numération et codage

Les nombres peuvent être représentés dans différentes bases. La base d'un système de numération correspond au nombre de chiffres distincts utilisés pour représenter les valeurs.

7.2.1 Base b (notation générale)

Un nombre en base b s'écrit sous la forme d'une somme pondérée des puissances de b :

$$(N)_b = \sum_{n=0}^{k} a_n \times b^n \qquad \begin{cases} a_n \text{ : chiffres du nombre (de droite à gauche), avec } 0 \leq a_n < b \\ k \text{ : indice du chiffre le plus à gauche} \end{cases}$$

7.2.2 Base 10 (décimale)

Le système décimal utilise les chiffres :

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

Un nombre en base 10 s'écrit sous la forme :

$$(N)_{10} = \sum_{n=0}^{k} a_n \times 10^n$$

7.2.3 Base 2 (binaire)

Le système binaire utilise les chiffres :

$$0, 1$$

Un nombre en base 2 s'écrit :

$$(N)_2 = \sum_{n=0}^{k} a_n \times 2^n$$

7.2.4 Base 16 (hexadécimale)

Le système hexadécimal utilise les symboles :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Correspondance avec la base 10 :

A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15

Base 10	**Base 16**	**Base 2**
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Un nombre en base 16 s'écrit :

$$(N)_{16} = \sum_{n=0}^{k} a_n \times 16^n$$

8 Conversions

- $\theta_{rad} = \frac{\theta_{deg} \times \pi}{180}$
  $\theta_{deg} = \frac{\theta_{rad} \times 180}{\pi}$
- $V_{km.h^{-1}} = V_{m.s^{-1}} \times 3.6$
  $V_{m.s^{-1}} = \frac{V_{km.h^{-1}}}{3.6}$
- $t_s = t_h \times 3600$
  $t_h = \frac{t_S}{3600}$
- $P_W = P_{ch} \times 735.5$
  $P_{ch} = \frac{P_W}{735.5}$
- $E_J = E_{W.h} \times 3600$
  $E_{W.h} = \frac{E_J}{3600}$
- $E_J = E_{TEP} \times 4.1868 \times 10^7$
  $E_{TEP} = \frac{E_J}{4.1868 \times 10^7}$
- $Q_{W.h} = U \times Q_{A.h}$
  $Q_{A.h} = \frac{Q_{W.h}}{U}$
- $E_j = E_{cal} \times 4.184$
  $Ecal = \frac{E_J}{4.184}$